

## 平成 23 年度 統計工学 期末試験

講義における配布資料、ノート（手書きのものに限る）、電卓のみ持ち込み可

以下の問題 1 から 4 に答えよ。（※ 問題に用いられているデータはすべて想定数値によるものとする）

問題毎に別の回答用紙を使用し、回答は結果だけでなく、その導出過程を要領よく記述すること。

1. 以下は、ある正規母集団から無作為に抽出した 9 つの標本データである。

8.8 9.4 9.5 9.6 8.7 7.1 8.9 9.2 9.8

- (1) 母平均  $\mu$  の 99%信頼区間を求めよ。  
(2) 母分散  $\sigma^2$  の 95%信頼区間を求めよ。

2. ある製品の生産に用いられる部品は 3 つの異なるサプライヤー X、Y、Z から納品されていることから、各サプライヤーから納品された部品について、品質特性値に関する無作為調査を行った結果、以下に示すデータが得られた。サプライヤーによって品質特性値に違いがあると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

サプライヤーX	サプライヤーY	サプライヤーZ
80	73	69
62	86	61
60	78	65
66	84	80
67	74	68
68	70	80
59	66	67
65	71	79
76	64	70

注) 各品質特性値の和 = 1908

各品質特性値の平方和 = 136290

【問題 3, 4 は裏面】

3. 若者がある病気に罹患した場合における特定の症状の発症が問題になっている。そこで、この病気にかかった未就学児童から大学生までを対象に、当該症状の有無を無作為に調査した結果、以下のような分割表が得られた。学年により発症状況は違うと言えるか。有意水準 5%で検定せよ。

		発症	
		有	無
学年	未就学児童	49	51
	小・中学生	30	50
	高・大学生	21	49

4. 一般的な健康診断においては、各計測項目において正常とされる値の範囲が規定され、これに基づき、「異常なし」、「要再検査」の判定が下される。このような判断枠組について、統計的仮説検定の立場から以下の問いに答えよ。
- (1) この場合の帰無仮説および対立仮説を示せ。
  - (2) この場合の第 1 種の誤り、第 2 種の誤りはそれぞれどのようなことを意味するか。
  - (3) 品質管理の立場からは、第 1 種の誤りを生産者リスク、第 2 種の誤りを消費者リスクと呼ぶこともできる。この理由について簡潔に述べよ。

(以上)

平成 23 年度 統計工学 期末試験

講義における配布資料、ノート（手書きのものに限る）、電卓のみ持ち込み可

<解答例>

1. 以下は、ある正規母集団から無作為に抽出した 9 つの標本データである。

8.8 9.4 9.5 9.6 8.7 7.1 8.9 9.2 9.8

- (1) 母平均  $\mu$  の 99%信頼区間を求めよ。  
 (2) 母分散  $\sigma^2$  の 95%信頼区間を求めよ。

与えられた標本データに関する標本平均は  $\bar{x} = 9.0$ 、不偏分散は、 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 0.65$

であり、これらはそれぞれ自由度 8 の t 分布、 $\chi^2$  分布に従う。

(1) 母平均  $\mu$  の 99%信頼区間は  $\left( \bar{x} - t_8(0.01) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{9}}, \bar{x} + t_8(0.01) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{9}} \right)$  より (8.10, 9.90)

(2) 母分散  $\sigma^2$  の 95%信頼区間は  $\left( \frac{8\hat{\sigma}^2}{\chi_8^2(0.025)}, \frac{8\hat{\sigma}^2}{\chi_8^2(0.975)} \right)$  より (0.30, 2.39)

2. ある製品の生産に用いられる部品は 3 つの異なるサプライヤー X、Y、Z から納品されていることから、各サプライヤーから納品された部品について、品質特性値に関する無作為調査を行った結果、以下に示すデータが得られた。サプライヤーによって品質特性値に違いがあると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

サプライヤーX	サプライヤーY	サプライヤーZ
80	73	69
62	86	61
60	78	65
66	84	80
67	74	68
68	70	80
59	66	67
65	71	79
76	64	70

注) 各品質特性値の和=1908

各品質特性値の平方和=136290

与えられたデータに対する分散分析表は以下のようによまとめられる。

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比
サプライヤー	222	2	111	2.16
残差	1236	24	51.5	
計	1458	26		

$F_{24}^2(0.05) = 3.40$  より、サプライヤーの違いが製品特性に影響を与えているとは言えない。

3. 若者がある病気に罹患した場合における特定の症状の発症が問題になっている。そこで、この病気にかかった未就学児童から大学生までを対象に、当該症状の有無を無作為に調査した結果、以下のような分割表が得られた。学年により発症状況は違うと言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

観測度数 $Ob_{ij}$		発症	
		有	無
学年	未就学児童	49	51
	小・中学生	30	50
	高・大学生	21	49

与えられた観測度数に対する期待度数は以下のようになることから、

期待度数 $Exp_{ij}$		発症	
		有	無
学年	未就学児童	40	60
	小・中学生	32	48
	高・大学生	28	42

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{(Ob_{ij} - Exp_{ij})^2}{Exp_{ij}} = 6.50 > \chi_{(3-1)(2-1)}^2(0.05) = \chi_2^2(0.05) = 5.99$$

よって、有意水準 5% で学年により発症状況は違うと言える。

4. 一般的な健康診断においては、各計測項目において正常とされる値の範囲が規定され、これに基づき、「異常なし」、「要再検査」の判定が下される。このような判断枠組について、統計的仮説検定の立場から以下の問いに答えよ。

- (1) この場合の帰無仮説および対立仮説を示せ。
- (2) この場合の第1種の誤り、第2種の誤りはそれぞれどのようなことを意味するか。
- (3) 品質管理の立場からは、第1種の誤りを生産者リスク、第2種の誤りを消費者リスクと呼ぶこともできる。この理由について簡潔に述べよ。

- (1) 帰無仮説：正常である（異常なし）、対立仮説：正常でない（要再検査）
- (2) 第1種の誤り：正常であるにもかかわらず「要再検査」と判定されてしまうこと。  
第2種の誤り：何らかの異常があるにもかかわらず「異常なし」と判定されてしまうこと。
- (3) 製品が良品（問題がない）にもかかわらず、不良と判定され、ムダなコストや販売機会損失を招きかねない生産者側のリスクと考えられるため。  
製品が不良であるにもかかわらず、良品と判定され、消費者の手に不良品がわたってしまう消費者側のリスクと考えられるため。

(以上)