

専門科目(午前) 経営工学

27 大修

時間 9 : 30 ~ 11 :

30

注意事項

1. 下表を参照して、該当する科目を選択し解答せよ。他専攻を志望するものは基礎数学を選択し解答せよ。
2. 解答に当たっては、設問（[1], [2], …）ごとに必ず別々の解答用紙を用いよ。
3. 各解答用紙には、受験番号、科目（「基礎数学」または「論述」）および設問番号（[1], [2], …）を必ず記入せよ。
4. 専門科目（午前）の配点は 200 点である。

表：第一志望とする教員と選択する科目

所 属	第一志望とする教員	選択する科目
開発・生産流通工学講座	井上 光太郎 教授 鍾 淑玲 准教授 鈴木 定省 准教授 伊藤 謙治 教授 青木 洋貴 准教授 梅室 博行 准教授	基礎数学
財務経営工学講座	宮川 雅巳 教授 永田 京子 准教授	
経営数理・情報講座	水野 眞治 教授 中田 和秀 准教授 飯島 淳一 教授 妹尾 大 准教授	
技術構造分析講座	中島 秀人 教授 梶 雅範 准教授	基礎数学または論述
経営工学専攻併任教員 (技術経営専攻)	田中 義敏 教授	基礎数学

基礎数学 次の設問 [1] から [8] に答えよ.

[1] (30 点) 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

(1) 線形変換 f が $f \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ であるとき, $f \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$ を求めよ.

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -2 & 6 & -1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$ を LU 分解せよ.

[2] (30 点) 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

(1) 正の定数 a, b, c を含んだ次のような関数を考える.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & (|x| \leq c) \\ |x| - b & (|x| > c) \end{cases}$$

この関数の導関数が連続であるようにするためには, どのような a, b, c にする必要があるか. a と b それぞれを c を用いて表せ.

(2) 任意の自然数 m, n に対し, 次の積分を計算せよ.

$$\int_{-\pi}^{\pi} (\cos mx + \sin mx)(\cos nx + \sin nx) dx$$

[3] (20 点)

行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}+1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}-1}{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}-1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}+1}{2} \end{pmatrix}$ とするとき, 次の小問 (1) から (3) に答えよ.

(1) A が正則な行列であることを示せ.

(2) A が正定値行列であることを示せ.

(3) A を 3 次の正則行列 P を用いて $P^{-1}AP$ と対角化したい. 正則行列 P と対角化によってできる行列を答えよ.

次ページに続く

[4] (20 点) $x > 0$ に対し, ガンマ関数は次のように定義される.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt.$$

このとき, 次の小問 (1) から (3) に答えよ.

(1) $x > 0$ に対し, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ を示せ.

(2) $y = x^5$ と変数変換することにより, 次の積分の値をガンマ関数を用いて表せ.

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^5} dx$$

(3) 次の数表の値を用いて $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^5} dx$ の近似値を有効数字 3 桁で計算せよ.

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1.0	1.000	1.4	0.887	1.8	0.931
1.1	0.951	1.5	0.886	1.9	0.962
1.2	0.918	1.6	0.894	2.0	1.000
1.3	0.897	1.7	0.909		

[5] (30 点) A を集合とするとき, A 上に定義された写像 $@_A : A \times A \rightarrow A$ を A 上の二項演算と呼ぶ. このとき, A の任意の要素 x, y に対して, $@_A(x, y)$ を $x@_A y$ と表す. また, 二項演算 $@_A$ が定義された集合 A を二項代数と呼び, $\langle A, @_A \rangle$ で表す.

二項代数 $\langle A, @_A \rangle$ において, $x@_A(y@_A z) = (x@_A y)@_A z$ が, A の任意の要素 x, y, z に対して成立するとき, $\langle A, @_A \rangle$ を半群と呼ぶ.

$\langle A, @_A \rangle, \langle B, @_B \rangle$ を二項代数とし, $f : A \rightarrow B$ を A 上に定義された B への写像とする. このとき, A の任意の要素 x, y に対して, $f(x@_A y) = f(x)@_B f(y)$ を満足するならば, f を $\langle A, @_A \rangle$ から $\langle B, @_B \rangle$ への準同型射と呼ぶ.

このとき, 次の小問 (1) から (3) に答えよ.

(1) N を自然数の集合とするとき, N 上の二項演算の例を 1 つあげよ.

(2) $A = \{a, b\}$ とするとき, $\langle A, @_A \rangle$ を半群とする A 上の二項演算 $@_A$ を 1 つ定義せよ.

(3) $\langle A, @_A \rangle, \langle B, @_B \rangle$ を二項代数とし, A から B への全射 $f : A \rightarrow B$ を準同型射とする. このとき, $\langle A, @_A \rangle$ が半群であるならば, $\langle B, @_B \rangle$ も半群であることを示せ.

次ページに続く

[6] (30 点) 空でない集合 S の部分集合系 \mathcal{D} が次の 3 つの条件

- (i) $S \in \mathcal{D}, \emptyset \in \mathcal{D}$ (ただし, \emptyset は空集合を表す),
- (ii) $O_1, O_2 \in \mathcal{D} \Rightarrow O_1 \cap O_2 \in \mathcal{D}$,
- (iii) $(O_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$ を \mathcal{D} の元からなる任意の集合族とすれば, $\cup_{\lambda \in \Lambda} O_\lambda \in \mathcal{D}$

をみたすとき, \mathcal{D} は S における位相であるという. 位相に関する次の小問 (1) と (2) に答えよ.

- (1) 集合 $S = \{a, b, c\}$ の部分集合系を $\mathcal{D} = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}, S\}$ とするとき, \mathcal{D} は S における位相であるかどうか述べ, その理由を説明せよ.
- (2) 整数全体の集合 Z の部分集合系を

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \{Z\} \cup \{1 \text{ を含まない } Z \text{ のすべての部分集合}\} \\ &= \{Z\} \cup \{A \mid A \subset Z, 1 \notin A\} \end{aligned}$$

とするとき, \mathcal{D} は Z における位相であるかどうか述べ, その理由を説明せよ.

[7] (20 点) 1 から n の番号が振られた n 枚のカードをよく切って, 一列に並べる. このとき, 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

- (1) 1 と 2 がこの順で隣り合う確率を求めよ.
- (2) $1, 2, \dots, k$ ($k < n$) がこの順で隣り合う確率を求めよ.

[8] (20 点) 3 つの確率変数 X_1, X_2, X_3 は互いに独立に同一の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ にしたがうとする. このとき, 次の 2 つの線形結合を考える.

$$\begin{aligned} Y_1 &= 2X_1 + X_2 - X_3 \\ Y_2 &= X_1 - X_2 - X_3 \end{aligned}$$

次の小問 (1) と (2) に答えよ.

- (1) Y_1 の平均と分散を求めよ.
- (2) Y_1 と Y_2 の共分散を求めよ.

論述

次の設問[1]，[2]に答えよ。

[1] (100点) 次の文章を読んで，次の小問(1)と(2)に答えよ。

現代の研究競争が激しくなっていることを示す「データ」を次に紹介しよう。アメリカの実験生物学者・数学者・物理学者を対象に行われた意識調査である。「自分の現在の研究について，同様の研究をしている他の研究者と話をするのが安全だと感じる」と答えた研究者は，1966年では回答者の半数だったが，1998年の同様の調査では26パーセントにまで減少した。数学者や物理学者と比べると実験生物学者は圧倒的に用心深く，14パーセントほどしか安全だと感じていない。つまり，競争が激しいほど，自分のアイデアを他人に知られたくないという「秘密主義」の人が増えてくるという結果だ。

「学会発表では，最新の知見を明らかにして討論し合うことが目的」だと先に述べたが，研究者間の競争が過激になると，学会の本来の目的が機能しなくなる。論文発表前に大事な発見を学会で発表してしまうと，ライヴァルのチームに出し抜かれて，先に論文を出されてしまうかもしれないからだ。したがって，最新かつ最重要の知見は，研究室の「企業秘密（トップ・シークレット）」として扱われる。実際，論文として公表することが確定した成果しか学会で発表しないという「戦術」をとる研究者も出てきている。ライヴァルの知らないうちにひそかに自分の研究を進めたり，ありもしないデマを飛ばしたりして，研究者間の虚々実々の駆け引きは，さながら情報戦でもある。

科学的真理の解明に対して，すべての研究者は等しく参加する権利を持つべきだろうが，最新の情報をオープンにすることは，無用な競争を刺激することにもなりかねない。しかも，正直にデータを公表した研究者が，競争で取り残されて馬鹿を見ることは悲しいことだ。防衛策としてやむなく秘密主義をとらざるを得ないこともあるだろう。研究に携わる者は，現代の科学研究がこのような難しい事態に直面していることを知っておかなくてはならない。

(酒井邦嘉『科学者という仕事』，中央公論新社，2006年から一部改変して抜粋)

- (1) 以上の文章の要旨を，100字程度にまとめよ。
- (2) 文章に述べられている状況についてあなたの意見を述べ，それに対してどのような対処が可能か具体的な例をあげて論ぜよ。

[2] (100点) 次の英文を読み、次の小問(1)と(2)に答えよ。

There is a danger that must be avoided. If historians of science were to investigate past practices and beliefs only insofar as those practices and beliefs resemble modern science, the result would be serious distortion. We would not be responding to the past as it existed, but examining it through a modern grid. If we wish to do justice to the historical enterprise, we must take the past for what it was. And that means that we must resist the temptation to scour the past for examples or precursors of modern science. We must respect the way earlier generations approached nature, acknowledging that although it may differ from the modern way, it is nonetheless of interest because it is part of our intellectual ancestry. This is the only suitable way of understanding how we became what we are. The historian, then, requires a very broad definition of “science”—one that will permit investigation of the vast range of practices and beliefs that lie behind, and help us to understand, the modern scientific enterprise. We need to be broad and inclusive, rather than narrow and exclusive; and we should expect that the farther back we go, the broader we will need to be.

(David C. Lindberg, *The Beginnings of Western Science*, 2nd ed., The University of Chicago Press, 2007 から一部改変して抜粋)

[注] scour (人・物を求めて)捜し回る

- (1) 下線部の英文を和訳せよ。
- (2) この文章の主張の要点を、和文で 100 字程度に要約せよ。さらに、この文章が扱っている問題について、あなたの意見を日本語で簡潔に述べよ。